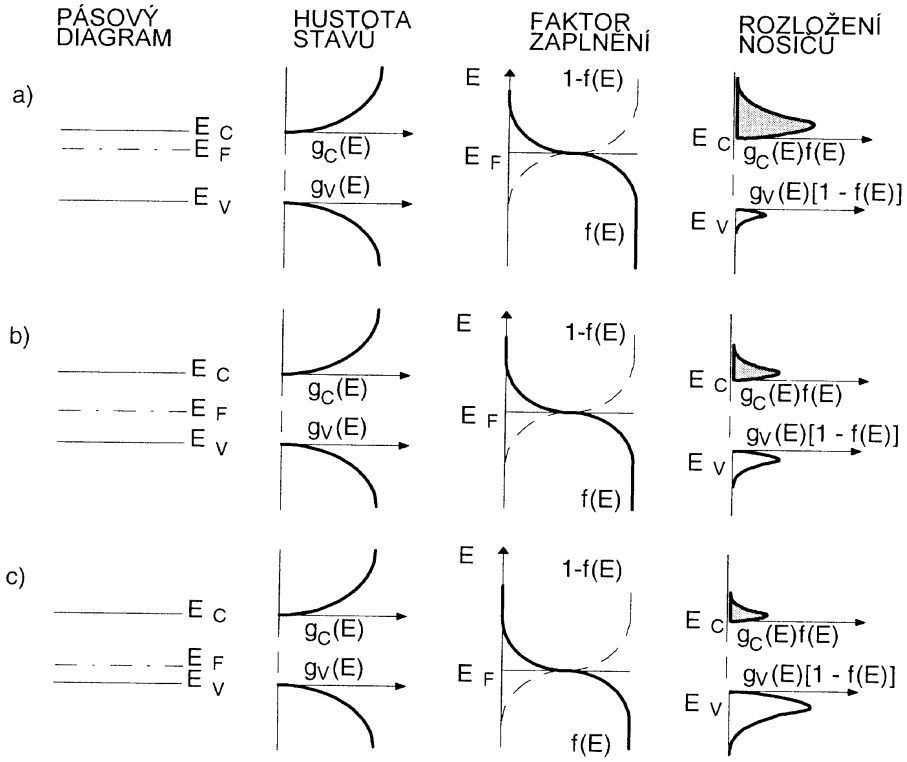

Obr. 2-11 Rozložení nosičů při poloze Fermiho hladiny: a) v horní polovině zakázaného pásu (p. typu N), b) uprostřed zakázaného pásu (vlastní p.), c) v dolní polovině zakázaného pásu (p. typu P)

2.6. Koncentrace elektronů a děr

2.6.1. Vztahy pro výpočet koncentrace elektronů a děr

Počet elektronů na jednotku objemu ve vodivostním pásu, ležících mezi energiemi **E** a **E** + **dE**, můžeme spočítat jako součin počtu dovolených stavů v tomto energetickém intervalu a pravděpodobnosti jejich obsazení elektronem, tedy $\mathbf{f(E)g_C(E)dE}$.

Chceme-li spočítat celkový počet elektronů ve vodivostním pásu, musíme tento vztah integrovat přes všechny energie vodivostního pásu, tedy od dna vodivostního pásu $\mathbf{E_C}$ až po jeho strop $\mathbf{E_{strop}}$

$$n = \int_{E_C}^{E_{strop}} f(E) g_C(E)\, dE$$

(2-5)

Podobný vztah můžeme napsat i pro celkový počet děr ve valenčním pásu, integrujeme-li od dna valenčního pásu $\mathbf{E_{dno}}$ do jeho stropu $\mathbf{E_V}$.

$$p = \int_{E_{dno}}^{E_V} \left[1 - f(E)\right] g_V(E)\, dE$$

(2-6)

Dosadíme-li do tohoto vztahu z rovnic (2-3a) a (2-4), pak dostaneme pro koncentraci elektronů ve vodivostním pásu a děr ve valenčním pásu.

$$n = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*}}{\pi^2 \mathrm{h}^3} \int_{E_C}^{E_{strop}} \frac{\sqrt{E - E_C}\, dE}{1 + \exp\left[(E - E_F)/kT\right]}$$

(2-7)

$$p = \frac{m_p^* \sqrt{2m_p^*}}{\pi^2 \mathrm{h}^3} \int_{E_{dno}}^{E_V} \frac{\exp\left[(E - E_F)/kT\right] \sqrt{E_V - E}\, dE}{1 + \exp\left[(E - E_F)/kT\right]}$$

(2-8)

Po integraci a dalších úpravách dostaneme důležité vztahy pro výpočet koncentrace elektronů a děr,

$$n = N_C \exp\left[-(E_C - E_F)/kT\right]$$
$$p = N_V \exp\left[-(E_F - E_C)/kT\right]$$

(2-9)

kde $\mathbf{N_C}$ je efektivní hustota stavů ve vodivostním pásu,

$\mathbf{N_V}$ je efektivní hustota stavů ve valenčním pásu.

$$N_C = 2\left[\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right]^{3/2} = \text{konst} \cdot T^{3/2}$$

(2-10)

$$N_V = 2\left[\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right]^{3/2} = \text{konst} \cdot T^{3/2}$$

(2-11)

Vztahy (2-9) však nejsou příliš pohodlné pro běžné výpočty. Protože už víme, že Fermiho hladina u vlastního polovodiče leží ve středu zakázaného pásu ($\mathbf{E_F = E_i}$) a dále pro vlastní polovodič platí $\mathbf{n = p = n_i}$, můžeme vztahy (2-9) dále zjednodušit:

$$n_i = N_C \exp\left[-(E_C - E_i)/kT\right]$$
$$n_i = N_V \exp\left[-(E_i - E_C)/kT\right]$$

(2-12)

Odtud

$$N_C \exp(-E_C/kT) = n_i \exp(-E_i/kT)$$
$$N_V \exp(E_V/kT) = n_i \exp(E_i/kT)$$

(2-13)

Nyní po dosazení ze vztahu (2-12) do původních vztahů (2-9) získáme velmi důležité vztahy:

$$n = n_i \exp\left[(E_F - E_i)/kT\right]$$
$$p = n_i \exp\left[(E_i - E_F)/kT\right]$$

(2-14)

Stejně jako rovnice (2-12) platí rovnice (2-14) pro libovolný polovodič za rovnovážných podmínek.

Nyní si už můžeme odvodit vztah pro podmínku tepelné rovnováhy. Vynásobíme-li rovnice (2-14), dostáváme vztah:

$$n\,p = n_i^2$$

(2-15)

Vynásobením rovnic (2-9) můžeme vypočítat hodnotu intrinzické koncentrace $\mathbf{n_i}$:

$$n_i^2 = N_C N_V \exp[-(E_C - E_V)/kT] = N_C N_V \exp(-E_G/kT)$$

(2-16)

a po odmocnění

$$n_i = \sqrt{N_C N_V}\,\exp\left(-E_G / 2kT\right) = \text{konst}\,.\,T^{3/2}\,.\,\exp(-E_G/2kT)$$

(2-17)

Z rovnice (2-17) je zřejmé, že intrinzická koncentrace $\mathbf{n_i}$ s rostoucí teplotou exponenciálně vzrůstá. Při pokojové teplotě (300 K) je pro křemík $\mathbf{n_i}$ přibližně rovno $1{,}45.10^{10}$ cm^{-3} (= $1{,}45.10^{16}$ m^{-3}).

2.6.2. Nábojová neutralita

Další důležitou vlastností polovodičů je zachovávat za rovnovážných podmínek **nábojovou neutralitu**. Předpokládejme stejnoměrně dotovaný polovodič s konstantním počtem atomů dopantů v celém objemu. Za rovnovážných podmínek musí být takovýto polovodič nábojově neutrální, součet všech nábojů v jeho objemu musí být roven nule.

Předpokládáme-li dále, že všechny příměsi jsou ionizované a uvědomíme-li si, že náboj ionizovaných donorů je kladný a náboj ionizovaných akceptorů záporný, pak musí platit:

$$\text{náboj/objem} = qp - qn + qN_D - qN_A = 0$$

(2-18)

nebo

$$p - n + N_D - N_A = 0$$

(2-19)

Vztah (2-19) nám umožňuje provádět další výpočty koncentrace nosičů pro vlastní i nevlastní polovodič.

Vlastní polovodič

Vlastní polovodič neobsahuje žádné příměsi a proto $\mathbf{N_D = 0}$, $\mathbf{N_A = 0}$. Platí proto

$$p - n + N_D - N_A = 0 \quad \Rightarrow \quad p = n$$

$$np = n^2 = p^2 = n_i^2 \quad \Rightarrow \quad n = p = n_i$$

(2-20)

Z podmínky nábojové neutrality jsme tedy dostali stejné výsledky, které jsme na základě našich předchozích úvah pro vlastní polovodič předpokládali.

Nevlastní polovodič

Předpokládejme nyní nedegenerovaný polovodič typu N s plně ionizovanými příměsemi. Reálný polovodič typu N obsahuje vždy určité množství akceptorových příměsí (takový polovodič je nazýván **kompenzovaný polovodič**), ale platí pro něj $\mathbf{N_D \gg N_A}$ nebo $\mathbf{N_D - N_A \approx N_D}$. Z podmínky nábojové neutrality plyne

$$p - n + N_D = 0$$

(2-21)

a z podmínky tepelné rovnováhy (2-15):

$$p = n_i^2/n$$

(2-22)

Po dosazení vztahu

(2-22) do (2-21) dostaneme:

$$n_i^2/n - n + N_D = 0$$
$$n^2 - nN_D - n_i^2 = 0$$

(2-23)

což je kvadratická rovnice s neznámou **n**, jejíž řešení je

$$n = \frac{N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2\right]^{1/2}$$

(2-24)

Odtud můžeme pro daný polovodič a teplotu spočítat koncentraci elektronů **n** a z (2-22) pak koncentraci děr **polovodiče**.

Pro většinu běžných výpočtů nám však postačí následující úvaha:

Při pokojové teplotě je pro křemík $\mathbf{n_i}$ asi 10^{10} cm^3 Koncentrace dopantů bývá nejméně 10^{14} cm^{-3}, tedy $\mathbf{N_D >> n_i}$. Z (2-24) potom plyne $\mathbf{n \approx N_D}$ a $\mathbf{p \approx n_i^2/N_D}$. Analogickou úvahu můžeme provést i pro polovodič typu P. Shrneme-li tyto výsledky,

pak pro nedegenerovaný polovodič typu N s plně ionizovanými příměsemi a při splnění podmínek $N_D \gg N_A$ a $N_D \gg n_i$ **platí:**

$$n = N_D \quad , \quad p = n_i^2 / N_D$$

(2-25 a,b)

a pro nedegenerovaný polovodič typu P s plně ionizovanými příměsemi a při splnění podmínek $N_A \gg N_D$ a $N_A \gg n_i$

$$p = N_A \quad , \quad n = n_i^2 / N_A$$

(2-26 a,b)

Při vzrůstající teplotě se intrinzická koncentrace n_i zvětšuje viz (2-17) a Obr. 2-12) a při dostatečně vysoké teplotě může dokonce přesáhnout koncentraci příměsí N_A nebo N_D.

Jestliže bude teplota dále vzrůstat, $n_i \gg N_D$ a z rovnice (2-24) vyplyne, že $n \approx n_i$. Z (2-25b) potom dostaneme také $p \approx n_i$. Při dostatečně vysokých teplotách se každý polovodič stává vlastním polovodičem (viz také Obr. 2-6).