

Obr. 2-12 Teplotní závislost intrinziční koncentrace nosičů n_i [cm⁻³] pro GaAs, Si, Ge

2.7. Fermiho hladina

2.7.1. Výpočet polohy Fermiho hladiny

Z Obr. 2-11. a ze vztahů (2-9) nebo (2-14) je zřejmá závislost koncentrace nosičů na poloze Fermiho hladiny. Jestliže za rovnovážných podmínek známe n nebo p , můžeme vypočítat E_F nebo naopak.

2.7.2. Vlastní polovodič

Protože pro vlastní polovodič platí $n = p$, pak ze vztahů (2-9) plyne

$$N_C \exp[(E_F - E_C)/kT] = N_V \exp[(E_V - E_F)/kT] \quad (2-27)$$

Řešením této rovnice pro E_F a dosazením za N_V , a N_C z (2-10) (2-11) dostaneme

$$E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right) = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2} \quad (2-28)$$

Protože efektivní hmotnost elektronů a děr není při teplotách větších než 0 K stejná, můžeme vypočítat, že Fermiho hladina se s teplotou posunuje v zakázaném pásu nahoru a leží asi 0,012 eV nad středem zakázaného pásu při teplotě 300 K. Pro běžné výpočty však můžeme tuto odchylku zanedbat.

2.7.3. Nevlastní polovodič

Pro nevlastní polovodič typu N platí přibližně $n = N_D$ a po dosazení do (2-14)

$$N_D = n_i \exp[(E_F - E_i)/kT] \quad (2-29)$$

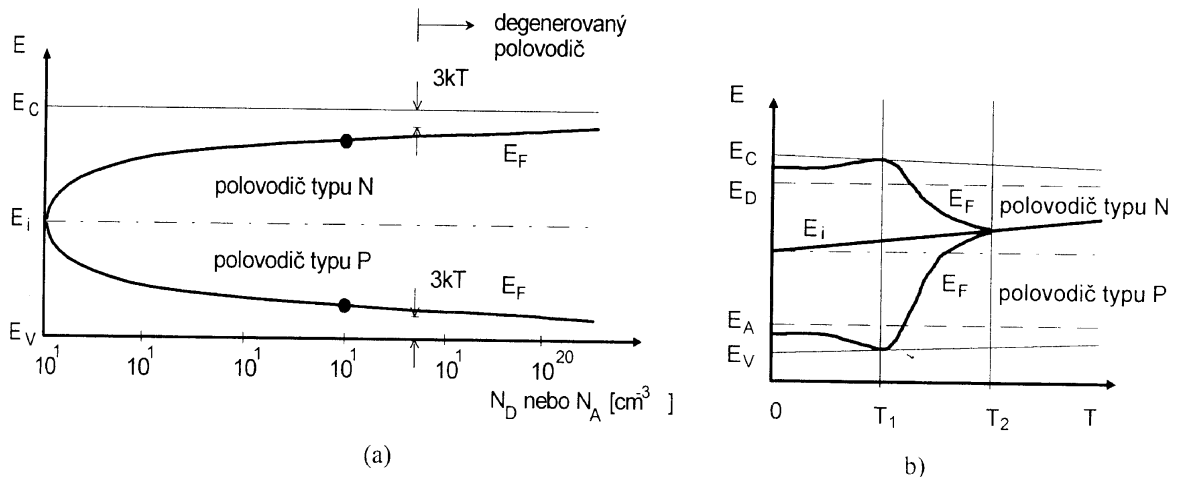
Odtud plyne

$$E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i) \quad (2-30)$$

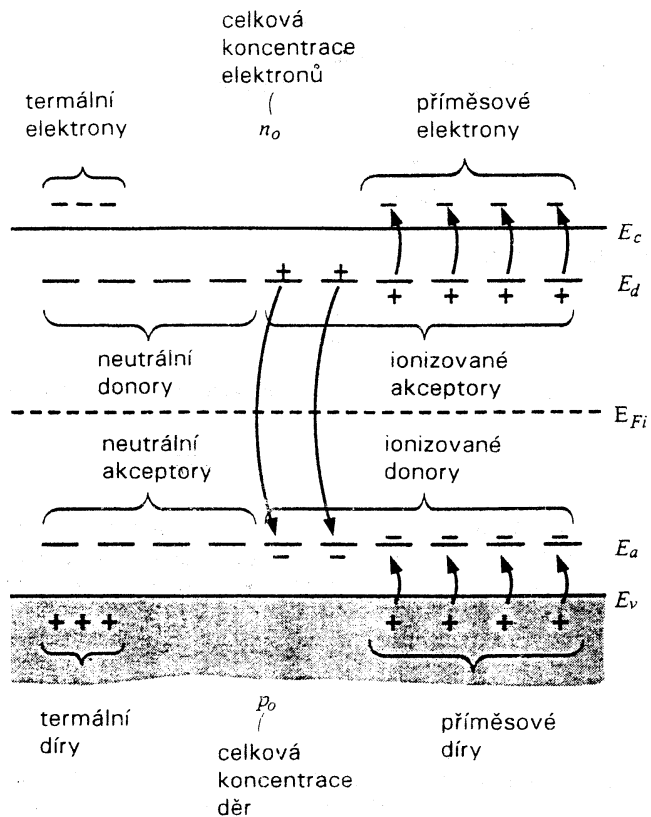
Analogicky pro polovodič typu P dostaneme

$$E_i - E_F = kT \ln(N_A/n_i) \quad (2-31)$$

Z rovnic (2-61) a (2-54) vyplývá, že Fermiho energie je závislá na koncentraci příměsí v nevlastním polovodiči a na teplotě. Fermiho hladina se posunuje se vzrůstající teplotou i se vzrůstající koncentrací příměsí nahoru v polovodiči typu N a dolů v polovodiči typu P. Tato závislost je schématicky naznačena na Obr. 2-13. Jestliže se Fermiho hladina přiblíží k E_C , nebo E_V , na méně než $3 kT$, dostaneme **degenerovaný** nebo **vysoce dotovaný polovodič**, který označujeme jako N^+ nebo P^+ materiál. Maximální koncentrace příměsí pro nedegenerovaný polovodič jsou při 300 K pro Si N_D $1,6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ a N_A $7,7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.



Obr. 2-13 a) Poloha Fermiho hladiny v Si v závislosti na koncentraci příměsí. V označeném bodě je nakreslena b) závislost polohy Fermiho hladiny na teplotě, teploty T_1 a T_2 jsou aktivační teploty. Poloha Fermiho hladiny v intrinzickém polovodiči je označena E_i . Se stoupající teplotou se také zužuje šířka zakázaného pásu se strmostí řádu $10^{-4} \text{ eV K}^{-1}$



Obr. 2-14 Vzájemná kompenzace akceptorů a donorů v polovodiči.

2.7.4. Slabě kompenzovaný polovodič

Pro koncentrace nosičů náboje je opět podstatná poloha Fermiho hladiny. Tu je možno určit z podmínky elektrické neutrality krystalu. Součet koncentrace elektronů ve vodivostním pásu a koncentrace ionizovaných akceptorů N_A^+ musí být roven součtu koncentrace děr ve valenčním pásu a koncentrace ionizovaných donorů N_D^+ :

$$n_o + N_a^- = p_o + N_d^+$$

(2-32)

nebo

$$n_0 + (N_a - p_a) = p_0 + (N_d - n_d)$$

(2-33)

Bereme-li v úvahu obsazení příměsových hladin, pak dostaneme vztah: .

$$\frac{n(n + N_a)}{N_D - N_A - n} = \frac{1}{g} N_c \exp\left(-\frac{E_D}{kT}\right)$$

(2-34)

Dále se omezíme na případy, kdy:

$$N_D > N_A, \quad p = 0$$

(2-35)

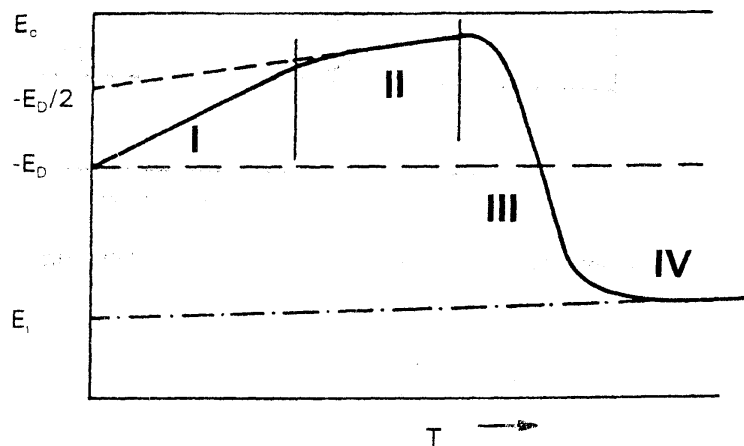
Pokud jsou v polovodiči přítomny oba typy příměsí, dochází k jejich vzájemné kompenzaci. Zde je možno rozlišit dvě úrovně kompenzace - slabou a silnou.

Slabě kompenzovaný polovodič je charakterizován podmínkou:

$$N_D \gg N_A$$

(2-36)

Při určování polohy Fermiho hladiny se používají různé formy aproximace ve čtyřech teplotních oblastech.



Obr. 2-15 Závislost Fermiho hladiny na teplotě pro slabě kompenzovaný polovodič.

I. Při nízkých teplotách dochází pouze ke slabé ionizaci příměsí. Můžeme tedy předpokládat, že:

$$n \ll N_D - N_A, \quad n \ll N_A$$

(2-37)

Rovnice (2-34) přejde na tvar:

$$n = \frac{N_D - N_A}{N_A} \frac{N_c}{g} \exp\left(-\frac{E_D}{kT}\right)$$

(2-38)

a pro Fermiho hladinu bude platit:

$$E_F = -E_D + kT \ln \frac{N_D - N_A}{g N_A}$$

(2-39)

II. Při mírně vyšších teplotách bude splněna podmínka:

$$n \ll N_D - N_A, \quad n \gg N_A \quad (2-40)$$

Potom platí:

$$n = \sqrt{\frac{(N_D - N_A)N_c}{g}} \exp\left(-\frac{E_D}{2kT}\right) \quad (2-41)$$

Fermiho hladinu určíme ze vztahu:

$$E_F = -\frac{E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_D - N_A}{gN_c} \quad (2-42)$$

III. V oblasti teplot, kde platí:

$$kT \gg E_D \quad (2-43)$$

Dochází k úplné ionizaci příměsí a pro koncentraci elektronů tedy platí:

$$\begin{aligned} n_0 + N_A &= \frac{n_i^2}{n_0} + N_D \\ n_0^2(N_D - N_A)n_0 - n_i^2 &= 0 \\ n_0 &= \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\left[\frac{N_D - N_A}{2}\right]^2 + n_i^2} \end{aligned} \quad (2-44)$$

Pro $N_D - N_A \gg n_i$

$$n = N_D - N_A$$

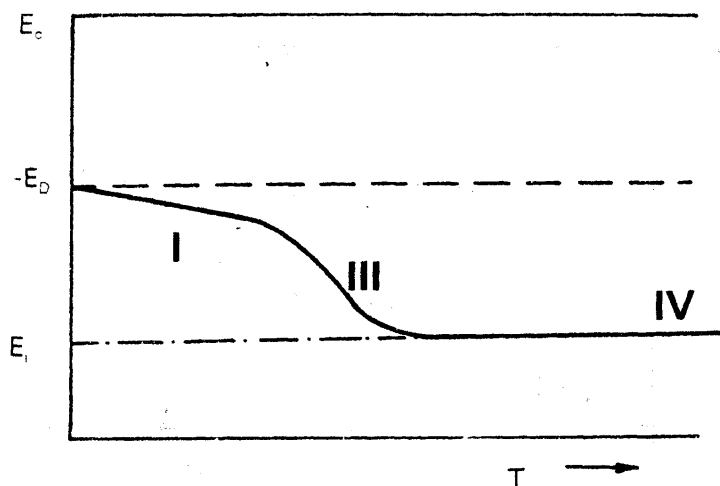
(2-45)

IV. V oblasti vysokých teplot již převažuje mezipásová generace nosičů a intrinzická koncentrace převyšuje koncentraci příměsí. Jedná se o oblast vlastní vodivosti, kdy Fermiho hladina splyne s intrinsickou hladinou (Obr. 2-15):

$$E_F = E_i$$

(2-46)

2.7.5. Silně kompenzovaný polovodič



Obr. 2-16 Závislost polohy Fermiho hladiny na teplotě pro silně kompenzovaný polovodič

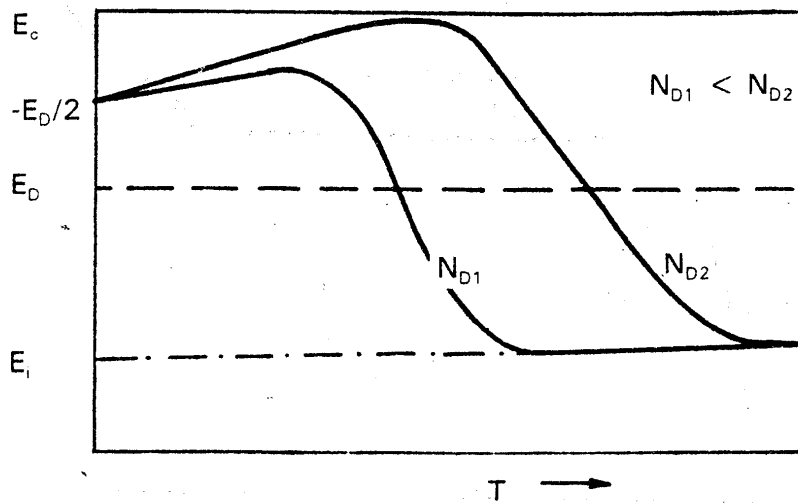
V **silně kompenzovaném polovodiči** (Obr. 2-16), který je charakterizován podmínkou:

$$N_D \geq N_A \quad , \quad N_D - N_A \ll N_A$$

(2-47)

není možno splnit podmínky pro teplotní oblast II. a oblast I. tedy přímo přechází do oblasti III.

2.7.6. Nekompensovaný polovodič



Obr. 2-17 Závislost polohy Fermiho hladiny na teplotě pro nekompensovaný polovodič.

V případě nekompensovaného polovodiče typu N musí platit:

$$n = N_D^*$$

(2-48)

a tedy :

$$E_F = -E_D + kT \ln \left[\frac{1}{4} \sqrt{1 + \frac{16N_D}{gN_c} \exp\left(\frac{E_D}{kT}\right)} - \frac{1}{4} \right]$$

(2-49)

Pro nízké teploty, je možno vzhledem k slabé ionizaci příměsí předpokládat, že:

$$n \ll N_D$$

(2-50)

a tedy

$$n = \left[\frac{N_D N_c}{g} \right]^{1/2} \exp\left(-\frac{E_D}{2kT}\right) \quad (2-51)$$

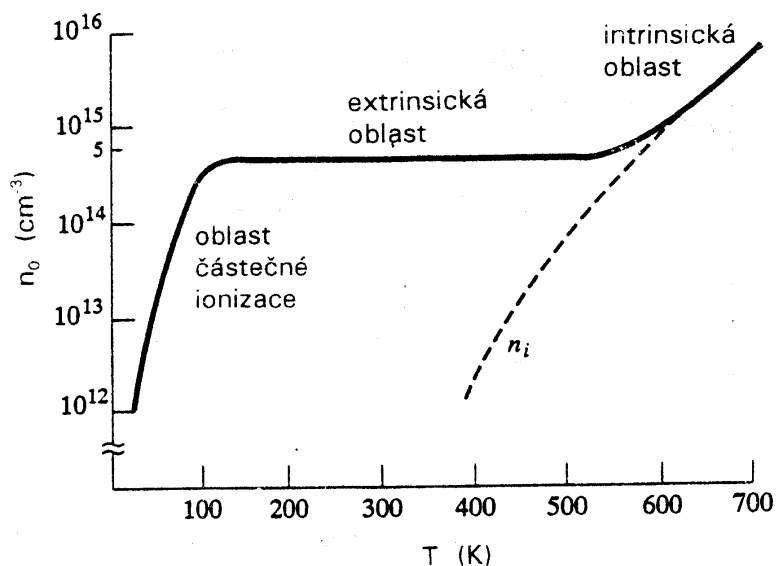
Fermiho hladina je pak určena vztahem

$$E_F = -\frac{E_D}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_D}{gN_c} \quad (2-52)$$

Při vyšších teplotách, kdy je ionizace úplná, platí (Obr. 2-17) :

$$E_F = kT \ln \frac{N_D}{N_c} \quad (2-53)$$

Poloze Fermiho hladiny odpovídá koncentrace nosičů náboje. Na Obr. 2-18 je teplotní závislost koncentrace elektronů v křemíku s dotací $N_D = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$.



Obr. 2-18 Závislost koncentrace elektronů Si na teplotě. $N_D = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$